

Geogebra: Présentation Récapitulative

Filières Informatique & Mathématique

Y. Derfoufi Formateur au CRMEF Oujda

CRMEF Oujda

Novembre 2020

1. Comment tracer un objet: point, vecteur... sur Geogebra

Pour créer un objet sur Geogebra (point vecteur, ...), il suffit d'introduire son nom suivi de ses paramètres dans la zone de saisie de Geogebra

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des points et des vecteurs

- 1 Une lettre **majuscule** $A = (2, 3)$ permet de créer le point de coordonnées $(2, 3)$.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des points et des vecteurs

- 1 Une lettre **majuscule** $A = (2, 3)$ permet de créer le point de coordonnées $(2, 3)$.
- 2 $\mathbf{a} = \mathbf{x}(\mathbf{A})$ et $\mathbf{b} = \mathbf{y}(\mathbf{A})$ permet de créer respectivement, les variables **abscisse** et **ordonnée** du point A

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des points et des vecteurs

- 1 Une lettre **majuscule** $A = (2, 3)$ permet de créer le point de coordonnées $(2, 3)$.
- 2 $\mathbf{a} = \mathbf{x}(\mathbf{A})$ et $\mathbf{b} = \mathbf{y}(\mathbf{A})$ permet de créer respectivement, les variables **abscisse** et **ordonnée** du point A
- 3 Une lettre **minuscule** $\mathbf{u} = (2, -1)$ permet de créer le vecteur de coordonnées $(2, -1)$.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des points et des vecteurs

- 1 Une lettre **majuscule** $A = (2, 3)$ permet de créer le point de coordonnées $(2, 3)$.
- 2 $\mathbf{a} = \mathbf{x}(\mathbf{A})$ et $\mathbf{b} = \mathbf{y}(\mathbf{A})$ permet de créer respectivement, les variables **abscisse** et **ordonnée** du point A
- 3 Une lettre **minuscule** $\mathbf{u} = (2, -1)$ permet de créer le vecteur de coordonnées $(2, -1)$.
- 4 Si deux points A et B sont déjà créés, la commande $\mathbf{v} = \mathbf{Vecteur}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ permet de créer le vecteur \overrightarrow{AB} d'origine A et d'extrémité B .

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des points et des vecteurs

- 1 Une lettre **majuscule** $A = (2, 3)$ permet de créer le point de coordonnées $(2, 3)$.
- 2 $\mathbf{a} = \mathbf{x}(\mathbf{A})$ et $\mathbf{b} = \mathbf{y}(\mathbf{A})$ permet de créer respectivement, les variables **abscisse** et **ordonnée** du point A
- 3 Une lettre **minuscule** $\mathbf{u} = (2, -1)$ permet de créer le vecteur de coordonnées $(2, -1)$.
- 4 Si deux points A et B sont déjà créés, la commande $\mathbf{v} = \mathbf{Vecteur}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ permet de créer le vecteur \overrightarrow{AB} d'origine A et d'extrémité B .
- 5 $M = x + yi$ permet de créer le point M d'affixe $z = x + iy$.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des segments et des droites

- 6 La commande **Segment**[**A**, **B**] permet de tracer le segment d'origine *A* et d'extrémité *B*.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des segments et des droites

- 6 La commande **Segment**[**A**, **B**] permet de tracer le segment d'origine *A* et d'extrémité *B*.
- 7 **Droite**[**A**, **B**] permet de tracer la droite (**AB**).

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des segments et des droites

- 6 La commande **Segment**[**A**, **B**] permet de tracer le segment d'origine *A* et d'extrémité *B*.
- 7 **Droite**[**A**, **B**] permet de tracer la droite (**AB**).
- 8 **DemiDroite**[**A**, **B**] permet de tracer la demie droite d'origine *A* et passant par *B*.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des segments et des droites

- 6 La commande **Segment**[**A**, **B**] permet de tracer le segment d'origine A et d'extrémité B .
- 7 **Droite**[**A**, **B**] permet de tracer la droite (**AB**).
- 8 **DemiDroite**[**A**, **B**] permet de tracer la demie droite d'origine A et passant par B .
- 9 Pour tracer un triangle (ABC), on utilise la commande **Polygone**[**A**, **B**, **C**].

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des segments et des droites

- 6 **La commande Segment**[A, B] permet de tracer le segment d'origine A et d'extrémité B.
- 7 **Droite**[A, B] permet de tracer la droite (AB).
- 8 **DemiDroite**[A, B] permet de tracer la demie droite d'origine A et passant par B.
- 9 Pour tracer un triangle (ABC), on utilise la commande **Polygone**[A, B, C].
- 10 **Régionnement du plan** : la commande $2x + 3y < 2$ permet de représenter l'ensemble des points $M(x, y)$ vérifiant l'inéquation $2x + 3y - 2 < 0$. Pour un système d'inéquations, on utilise le symbol logique && : exemple $2x + 3y < 2 \ \&\& \ x - y > 1$ permet de représenter le régionnement du plan formé des points $M(x, y)$ vérifiants : $2x + 3y - 2 < 0$ et $x - y - 1 > 0$

2. Traçage des points et des figures géométriques

Milieu et barycentre

- 11 La commande $I = \frac{A+B}{2}$ permet de tracer le milieu I du segment $[A, B]$.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Milieu et barycentre

- 11 La commande $I = \frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}}{2}$ permet de tracer le milieu I du segment $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$.
- 12 $G = \frac{\alpha\mathbf{A}+\beta\mathbf{B}+\gamma\mathbf{C}}{\alpha+\beta+\gamma}$ permet de tracer le barycentre du système pondéré $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$

2. Traçage des points et des figures géométriques

Milieu et barycentre

- 11 La commande $I = \frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}}{2}$ permet de tracer le milieu I du segment $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$.
- 12 $G = \frac{\alpha\mathbf{A}+\beta\mathbf{B}+\gamma\mathbf{C}}{\alpha+\beta+\gamma}$ permet de tracer le barycentre du système pondéré $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$
- 13 **Exemple** $G = \frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}}{3}$ est le centre de gravité du triangle (ABC)

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des cercles

- 14 La commande **Cercle**[**A**, **B**] permet de tracer le cercle de centre **A** et qui passe par **B**.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des cercles

- 14 La commande **Cercle**[**A**, **B**] permet de tracer le cercle de centre A et qui passe par B .
- 15 **DemiCercle**[**A**, **B**] permet de tracer le demi-cercle de diamètre $[A, B]$.

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des cercles

- 14 La commande **Cercle**[**A**, **B**] permet de tracer le cercle de centre A et qui passe par B .
- 15 **DemiCercle**[**A**, **B**] permet de tracer le demi-cercle de diamètre $[A, B]$.
- 16 **Cercle**[**A**, r] permet de tracer le cercle de centre A et de rayon r .

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des cercles

- 14 La commande **Cercle**[**A**, **B**] permet de tracer le cercle de centre A et qui passe par B .
- 15 **DemiCercle**[**A**, **B**] permet de tracer le demi-cercle de diamètre $[A, B]$.
- 16 **Cercle**[**A**, r] permet de tracer le cercle de centre A et de rayon r .
- 17 **Cercle**[**A**, **B**, **C**], permet de tracer le cercle circonscrit au triangle (ABC) .

2. Traçage des points et des figures géométriques

Traçage des cercles

- 14 La commande **Cercle**[**A**, **B**] permet de tracer le cercle de centre A et qui passe par B .
- 15 **DemiCercle**[**A**, **B**] permet de tracer le demi-cercle de diamètre $[A, B]$.
- 16 **Cercle**[**A**, r] permet de tracer le cercle de centre A et de rayon r .
- 17 **Cercle**[**A**, **B**, **C**], permet de tracer le cercle circonscrit au triangle (ABC) .
- 18 On peut aussi tracer un cercle à partir de son équation :
$$C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

2. Variables et fonctions

- 1 La saisie d'une lettre minuscule permet de créer une variable réelle (ou paramètre)

2. Variables et fonctions

- 1 La saisie d'une lettre minuscule permet de créer une variable réelle (ou paramètre)
- 2 Pour créer une fonction, il suffit de saisir sa formule : exemple la saisie de $f(x) = x^2 + 3x + 2$ permet de créer et tracer la parabole d'équation $y = x^2 + 3x + 2$.

2. Variables et fonctions

- 1 La saisie d'une lettre minuscule permet de créer une variable réelle (ou paramètre)
- 2 Pour créer une fonction, il suffit de saisir sa formule : exemple la saisie de $f(x) = x^2 + 3x + 2$ permet de créer et tracer la parabole d'équation $y = x^2 + 3x + 2$.
- 3 **La commande courbe** permet de tracer des courbes paramétriques : exemple : **Courbe(cos(t), tsin(t), t, 0, π)**

2. Variables et fonctions

- 1 La saisie d'une lettre minuscule permet de créer une variable réelle (ou paramètre)
- 2 Pour créer une fonction, il suffit de saisir sa formule : exemple la saisie de $f(x) = x^2 + 3x + 2$ permet de créer et tracer la parabole d'équation $y = x^2 + 3x + 2$.
- 3 **La commande courbe** permet de tracer des courbes paramétriques : exemple : **Courbe(cos(t), tsin(t), t, 0, π)**
- 4 **La commande Dérivée** permet de calculer la dérivée d'une fonction: exemple : $g = \text{Dérivée}[2x^3 + x^2 + 3x + 1]$ crée la fonction dérivée $g(x) = 6x^2 + 2x + 3$. $\text{Dérivée}[f, n]$ permet de calculer la dérivée $n^{\text{ème}}$ de f exemple : $\text{Dérivée}[\exp(\sin(x)), 2]$ donne $\cos^2(x)e^{\sin(x)} - \sin(x)e^{\sin(x)}$

2. Variables et fonctions

- 5 **Tangente à la courbe** : **Tangente**[**A**, **f**] : trace la tangente à C_f en $x = x(A)$. Pour une courbe C , **Tangente**[**A**, **C**] : trace la tangente à la courbe C au point A de la courbe.

2. Variables et fonctions

- 5 **Tangente à la courbe** : **Tangente**[**A**, **f**] : trace la tangente à C_f en $x = x(A)$. Pour une courbe C , **Tangente**[**A**, **C**] : trace la tangente à la courbe C au point A de la courbe.
- 6 **Formule de Taylor** : **PolynômeTaylor**[**f**, **a**, **n**] : Renvoie le développement de Taylor d'ordre n de la fonction f à partir du point $x = a$. Exemple : *PolynômeTaylor*[*sin*(x), 0, 7] renvoie
- $$p(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$$

2. Variables et fonctions

- 5 **Tangente à la courbe** : **Tangente**[**A**, **f**] : trace la tangente à C_f en $x = x(A)$. Pour une courbe C , **Tangente**[**A**, **C**] : trace la tangente à la courbe C au point A de la courbe.
- 6 **Formule de Taylor** : **PolynômeTaylor**[**f**, **a**, **n**] : Renvoie le développement de Taylor d'ordre n de la fonction f à partir du point $x = a$. Exemple : *PolynômeTaylor*[*sin(x)*, 0, 7] renvoie
$$p(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$$
- 7 **La commande Intégrale** permet de calculer la primitive ou une intégrale définie : exemple **Intégrale**[$6x^2 + 2x + 3$] donne $2x^3 + x^2 + 3x$. Pour une intégrale définie, on utilise les bornes exemple : **Intégrale**[**sin(x)**, **0**, $\frac{\pi}{2}$] donne la valeur de l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = 1$

2. Variables et fonctions

- 8 **Factorisation** : la commande Factoriser permet de factoriser un polynôme, tandis que la commande Facteurs permet de lister les facteurs irréductible d'un polynome. Exemple **Factoriser**($x^6 - 1$) renvoie $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ et **Facteurs**($x^6 - 1$) renvoie $\{\{x - 1, 1\}, \{x + 1, 1\}, \{x^2 - x + 1, 1\}, \{x^2 + x + 1, 1\}\}$

2. Variables et fonctions

- 8 **Factorisation** : la commande Factoriser permet de factoriser un polynôme, tandis que la commande Facteurs permet de lister les facteurs irréductible d'un polynome. Exemple **Factoriser**($x^6 - 1$) renvoie $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ et **Facteurs**($x^6 - 1$) renvoie $\{\{x - 1, 1\}, \{x + 1, 1\}, \{x^2 - x + 1, 1\}, \{x^2 + x + 1, 1\}\}$
- 9 **Résolution des équations** : la commande Résoudre permet de résoudre les équations. Exemple $S = \text{Résoudre}[x^2 + x - 2 = 0]$ fournit l'ensemble de solutions $S = \{x = -2, x = 1\}$. La même commande permet de résoudre les inéquations exemple : $\text{Résoudre}[x^2 + x - 2 < 0]$ renvoie l'intervalle $\{-2 < x < 1\}$

2. Variables et fonctions

- 8 **Factorisation** : la commande Factoriser permet de factoriser un polynôme, tandis que la commande Facteurs permet de lister les facteurs irréductible d'un polynome. Exemple **Factoriser**($x^6 - 1$) renvoie $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ et **Facteurs**($x^6 - 1$) renvoie $\{\{x - 1, 1\}, \{x + 1, 1\}, \{x^2 - x + 1, 1\}, \{x^2 + x + 1, 1\}\}$
- 9 **Résolution des équations** : la commande Résoudre permet de résoudre les équations. Exemple $S = \text{Résoudre}[x^2 + x - 2 = 0]$ fournit l'ensemble de solutions $S = \{x = -2, x = 1\}$. La même commande permet de résoudre les inéquations exemple : $\text{Résoudre}[x^2 + x - 2 < 0]$ renvoie l'intervalle $\{-2 < x < 1\}$
- 10 **Limite d'une fonction** : $\text{Limite}(f, x_0)$ permet de calculer la limite de la fonction f au point x_0 . Exemple $\text{Limite}(\sin(x)/x, 0)$ renvoie 1.

2. Variables et fonctions

- 8 **Factorisation** : la commande Factoriser permet de factoriser un polynôme, tandis que la commande Facteurs permet de lister les facteurs irréductible d'un polynome. Exemple **Factoriser**($x^6 - 1$) renvoie $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ et **Facteurs**($x^6 - 1$) renvoie $\{\{x - 1, 1\}, \{x + 1, 1\}, \{x^2 - x + 1, 1\}, \{x^2 + x + 1, 1\}\}$
- 9 **Résolution des équations** : la commande Résoudre permet de résoudre les équations. Exemple $S = \text{Résoudre}[x^2 + x - 2 = 0]$ fournit l'ensemble de solutions $S = \{x = -2, x = 1\}$. La même commande permet de résoudre les inéquations exemple : $\text{Résoudre}[x^2 + x - 2 < 0]$ renvoie l'intervalle $\{-2 < x < 1\}$
- 10 **Limite d'une fonction** : $\text{Limite}(f, x_0)$ permet de calculer la limite de la fonction f au point x_0 . Exemple $\text{Limite}(\sin(x)/x, 0)$ renvoie 1.
- 11 **Point d'inflexion** : cette commande permet de déterminer les points d'inflexion d'une fonction. Exemple $\text{PointInflexion}[x^3]$ retourne $(0, 0)$

Applications (cinématique du point)

On considère le point mobile $M(x(t), y(t))$ définit par son équation horaire
$$\begin{cases} x(t) = t \cos(t) \\ y(t) = -\sin(t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 5$$

1 Calculer le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ et le vecteur accélération $\vec{\gamma}(t)$

Applications (cinématique du point)

On considère le point mobile $M(x(t), y(t))$ défini par son équation horaire
$$\begin{cases} x(t) = t \cos(t) \\ y(t) = -\sin(t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 5$$

- 1 Calculer le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ et le vecteur accélération $\vec{\gamma}(t)$
- 2 Représenter dans une figure animée la trajectoire du point mobile, le vecteur vitesse et le vecteur accélération