

## 1 Traçage des points et des figures géométriques

Pour créer un objet sur Geogebra (point vecteur, ...), il suffit d'introduire son nom suivi de ses paramètres dans la zone de saisie de Geogebra :

1. **Traçage des points et des vecteurs** : Avec une lettre **majuscule**  $A = (2, 3)$  permet de créer le point de coordonnées  $(2, 3)$ .  $\mathbf{a} = \mathbf{x}(\mathbf{A})$  et  $\mathbf{b} = \mathbf{y}(\mathbf{A})$  permet de créer respectivement, les variables **abscisse** et **ordonnée** du point  $A$ . Avec une lettre **minuscule**  $\mathbf{u} = (2, -1)$  permet de créer le vecteur de coordonnées  $(2, -1)$ . Si deux points  $A$  et  $B$  sont déjà créés, la commande  $\mathbf{v} = \mathbf{Vecteur}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de créer le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  d'origine  $A$  et d'extrémité  $B$ .  $M = x + yi$  permet de créer le point  $M$  d'affixe  $z = x + iy$ .
2. **Traçage des segments et des droites** :  $\mathbf{Segment}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de tracer le segment d'origine  $A$  et d'extrémité  $B$ .  $\mathbf{Droite}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de tracer la droite  $(AB)$ .  $\mathbf{DemiDroite}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de tracer la demie droite d'origine  $A$  et passant par  $B$ . Pour tracer un triangle  $(ABC)$ , on utilise la commande  $\mathbf{Polygone}[\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]$ . Régionnement du plan : la commande  $2x + 3y < 2$  permet de représenter l'ensemble des points  $M(x, y)$  vérifiant l'inéquation  $2x + 3y - 2 < 0$ . Pour un système d'inéquations, on utilise le symbol logique  $\&\&$  : exemple  $2x + 3y < 2 \&\& x - y > 1$  permet de représenter le régionnement du plan formé des points  $M(x, y)$  vérifiant :  $2x + 3y - 2 < 0$  et  $x - y - 1 > 0$
3. **Milieu et barycentre** :  $I = \frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}}{2}$  permet de tracer le milieu  $I$  du segment  $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ .  $G = \frac{\alpha\mathbf{A}+\beta\mathbf{B}+\gamma\mathbf{C}}{\alpha+\beta+\gamma}$  permet de tracer le barycentre du système pondéré  $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$  exemple  $G = \frac{\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}}{3}$  est le centre de gravité du triangle  $(ABC)$
4. **Traçage des cercles** : la commande  $\mathbf{Cercle}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de tracer le cercle de centre  $A$  et qui passe par  $B$ .  $\mathbf{DemiCercle}[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  permet de tracer le demi-cercle de diamètre  $[A, B]$ .  $\mathbf{Cercle}[\mathbf{A}, \mathbf{r}]$  permet de tracer le cercle de centre  $A$  et de rayon  $r$ .  $\mathbf{Cercle}[\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]$ , permet de tracer le cercle circonscrit au triangle  $(ABC)$ . On peut aussi tracer un cercle à partir de son équation :  $C : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

## 2 Variables et fonctions

1. La saisie d'une lettre minuscule permet de créer une variable réelle (ou paramètre)
2. Pour créer une fonction, il suffit de saisir sa formule : exemple la saisie de  $f(x) = x^2 + 3x + 2$  permet de créer et tracer la parabole d'équation  $y = x^2 + 3x + 2$ .
3. **La commande courbe** permet de tracer des courbes paramétriques : exemple :  $\mathbf{Courbe}(\cos(t), t\sin(t), t, 0, \pi)$
4. **La commande Dérivée** permet de calculer la dérivée d'une fonction : exemple :  $g = \mathbf{Dérivée}[2x^3 + x^2 + 3x + 1]$  crée la fonction dérivée  $g(x) = 6x^2 + 2x + 3$ .  $\mathbf{Dérivée}[f, n]$  permet de calculer la dérivée  $n^{\text{ème}}$  de  $f$  exemple :  $\mathbf{Dérivée}[\exp(\sin(x)), 2]$  donne  $\cos^2(x)e^{\sin(x)} - \sin(x)e^{\sin(x)}$
5. **Tangente à la courbe** :  $\mathbf{Tangente}[\mathbf{A}, \mathbf{f}]$  : trace la tangente à  $C_f$  en  $x = x(A)$ . Pour une courbe  $C$ ,  $\mathbf{Tangente}[\mathbf{A}, \mathbf{C}]$  : trace la tangente à la courbe  $C$  au point  $A$  de la courbe.
6. **Formule de Taylor** :  $\mathbf{PolynômeTaylor}[\mathbf{f}, \mathbf{a}, \mathbf{n}]$  : Renvoie le développement de Taylor d'ordre  $n$  de la fonction  $f$  à partir du point  $x = a$ . Exemple :  $\mathbf{PolynômeTaylor}[\sin(x), 0, 7]$  renvoie  $p(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$
7. **La commande Intégrale** permet de calculer la primitive ou une intégrale définie : exemple  $\mathbf{Intégrale}[6x^2 + 2x + 3]$  donne  $2x^3 + x^2 + 3x$ . Pour une intégrale définie, on utilise les bornes exemple :  $\mathbf{Intégrale}[\sin(x), 0, \frac{\pi}{2}]$  donne la valeur de l'intégrale  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)dx = 1$
8. **Factorisation** : la commande Factoriser permet de factoriser un polynôme, tandis que la commande Facteurs permet de lister les facteurs irréductible d'un polynome. Exemple  $\mathbf{Factoriser}(x^6 - 1)$  renvoie  $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$  et  $\mathbf{Facteurs}(x^6 - 1)$  renvoie  $\{\{x - 1, 1\}, \{x + 1, 1\}, \{x^2 - x + 1, 1\}, \{x^2 + x + 1, 1\}\}$
9. **Résolution des équations** : la commande Résoudre permet de résoudre les équations. Exemple  $S = \mathbf{Résoudre}[x^2 + x - 2 = 0]$  fournit l'ensemble de solutions  $S = \{x = -2, x = 1\}$ . La même commande permet de résoudre les inéquations exemple :  $\mathbf{Résoudre}[x^2 + x - 2 < 0]$  renvoie l'intervalle  $\{-2 < x < 1\}$
10. **Limite d'une fonction** :  $\mathbf{Limite}(f, x_0)$  permet de calculer la limite de la fonction  $f$  au point  $x_0$ . Exemple  $\mathbf{Limite}(\sin(x)/x, 0)$  renvoie 1.
11. **Point d'inflexion** : cette commande permet de déterminer les points d'inflexion d'une fonction. Exemple  $\mathbf{PointInflexion}[x^3]$  retourne  $(0, 0)$

## 3 Applications (cinématique du point)

On considère le point mobile  $M(x(t), y(t))$  définit par son équation horaire  $\begin{cases} x(t) = t \cos(t) \\ y(t) = -\sin(t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 5$

1. Calculer le vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  et le vecteur accélération  $\vec{a}(t)$
2. Représenter dans une figure animée la trajectoire du point mobile, le vecteur vitesse et le vecteur accélération